



Xavier Caruso

Chargé de recherche (CR1) au CNRS

Né le 24 avril 1980 à Cannes (06)
Nationalité française
Marié, deux enfants

Parcours académique

- 2011 **Habilitation à diriger les recherches.**
Titre: Une contribution à la théorie de Hodge p -adique entière
- 2009–2010 **Mobilité.**
Laboratoire Poncelet à l'Université indépendante de Moscou
- Depuis 2006 **Chargé de recherche au CNRS.**
Affectation: Université Rennes 1
- 2005 **Thèse sous la direction de Christophe Breuil.**
Titre: Conjecture de l'inertie modérée de Serre
- 1999–2003 **Étudiant à l'École Normale Supérieure de Paris.**

Encadrement doctoral

- 2009–2012 **Jérémy Le Borgne**, (coencadré avec *D. Lubicz*).
Représentations galoisiennes et φ -modules : aspects algorithmiques
- 2011–2015 **Charles Savel.**
Sur la dimension de certaines variétés de Kisin : le cas de la restriction des scalaires de GL_d
- 2011–2015 **Tristan Vaccon.**
Précision p -adique

Coordination de projet de recherche

- 2009–2012 **CETHop**, *Projet ANR.*
Calcul effectif en théorie de Hodge p -adique
- 2016 **CLap-CLap**, *Défi émergeant Rennes 1.*
La correspondance de Langlads p -adique : une approche constructive et algorithmique

Principales responsabilités éditoriales et administratives

- 2014–2016 **Membre de comités d'évaluation HCERES.**
de l'institut mathématique de Bordeaux (IMB),
du laboratoire de mathématiques Nicolas Oresme (LMNO) et
de l'institut Élie Cartan de Lorraine (IECL)

- 2014 **Organisateur d'un semestre thématique**,
dans le cadre du LabEx « Centre Henri Lebesgue ».
Titre du semestre: Autour des espaces de modules
- Depuis 2013 **Rédacteur au journal *Images des mathématiques***.
- 2012–2016 **Membre élu du CoNRS**.
Comité National de la Recherche Scientifique
- Depuis 2011 **Organisateur du séminaire Mathematic Park à l'IHP**.
Séminaire de vulgarisation scientifique destiné aux étudiants
- 2011 **Co-organisateur d'un événement de l'IHP**.
Célébrations de l'anniversaire du bicentenaire de la naissance de Galois

Activités de recherche depuis 2013

Thèmes de recherche

Initialement focalisée sur la théorie de Hodge p -adique, ma recherche a connu ces dernières années un élargissement thématique important, s'étendant désormais à l'informatique (algorithmique, calcul formel, calcul scientifique) ainsi que, plus marginalement, à la théorie des probabilités. Cet élargissement n'est cependant pas synonyme d'éparpillement. En effet, mes motivations fondamentales restent la compréhension des phénomènes arithmétiques liés aux nombres/structures p -adiques ; j'aborde toutefois aujourd'hui ces problématiques sous de nombreux angles complémentaires apportant chacun leur éclairage. La confrontation de ces différents points de vue m'apparaît, de plus en plus, comme une richesse inépuisable et féconde.

Schématiquement, on peut répartir mes centres d'intérêt en quatre catégories comme suit :

- ☞ *l'algorithmique des nombres p -adiques*
que j'étudie à la fois du point de vue du calcul formel (obtention d'algorithmes rapides) et du point de vue du calcul scientifique (stabilité numérique des algorithmes)
- ☞ *les représentations galoisiennes p -adiques*
que j'étudie *via* les techniques de théorie de Hodge p -adique
- ☞ *les opérateurs différentiels p -adiques et en caractéristique p*
que j'étudie principalement *via* le formalisme des opérateurs de Ore
- ☞ *les structures p -adiques aléatoires*

Points forts

1. En collaboration avec David Roe et Tristan Vaccon, nous avons mis en place **un cadre général et puissant** (basé sur le calcul différentiel) **pour étudier la propagation de la précision numérique dans le contexte p -adique** (ultramétrique plus généralement). Nous avons appliqué notre théorie dans divers contextes : calcul sur les polynômes (PGCD, factorisation, *etc.*), calcul matriciel (produit, polynôme caractéristique, décomposition LU, *etc.*). Ce faisant, nous avons obtenu, pour de nombreux problèmes, des algorithmes à la fois stables et efficaces.
Ces travaux ont donné lieu aux publications/implémentations [CRV17], [Car17a], [Car17c], [CRV16], [CRV15], [Car15], [CRV14], [Car13c].
2. En collaboration avec Agnès David et Ariane Mézard, nous avons **calculé explicitement certains anneaux de déformations galoisiennes potentiellement Barsotti–Tate** dans des cas non génériques. Notre méthode — nouvelle — consiste à passer par le calcul de la variété de Kisin associée puis à résoudre un problème de recollement en géométrie rigide.
Ces travaux ont donné lieu aux publications [CDM17a], [CDM17b].
3. En collaboration avec Alin Bostan et Éric Schost, nous avons **conçu des algorithmes pour le calcul de la p -courbure (ou de ses invariants) des opérateurs différentiels en caractéristique p** .

L'intérêt de nos algorithmes est sa complexité vis-à-vis du paramètre p : elle est quasi-linéaire en p pour le calcul de la matrice de la p -courbure (ce qui est quasi-optimal) et quasi-linéaire en \sqrt{p} pour le calcul de ses invariants (polynôme caractéristique, invariants de similitude). Nos implémentations ont permis de répondre à des questions portant sur des opérateurs issus de la physique dans le cadre du modèle d'Ising.

Ces travaux ont donné lieu aux publications [BCS16], [BCS15], [BCS14].

4. En collaboration avec Jérémy Le Borgne, nous avons **conçu une algorithmique rapide pour la manipulation des polynômes tordus**. Nous avons, en particulier, mis au point des algorithmes efficaces pour la multiplication et la factorisation de ces polynômes lorsque l'automorphisme de torsion est d'ordre fini.

Ces travaux ont donné lieu aux publications/implémentations [CLB17a], [CLB17b], [Car13b].

5. J'ai obtenu un **théorème effectif de factorisation par les pentes des polynômes de Ore définis sur un corps valué complet**. Comme conséquence, j'en déduis des algorithmes stables et efficaces pour les deux problèmes suivants : calcul de la décomposition de Dieudonné–Manin, calcul de la décomposition des équations différentielles p -adiques en fonction du rayon de convergence des solutions.

Ce travail est encore en cours de rédaction [Cara].

Projet de recherche

Ma priorité pour les années à venir est la mise en place d'une base algorithmique complète et efficace pour pouvoir travailler sereinement avec les représentations galoisiennes p -adiques des corps p -adiques sur ordinateur. Il s'agit d'un sujet très vaste qui n'a été, pour l'instant, que très peu exploré et dans lequel il reste donc pratiquement tout à faire. Je suis, malgré tout, convaincu qu'il s'agit d'un sujet d'avenir qui saura s'imposer dans les prochaines décennies une fois que les outils fondamentaux seront disponibles et bien rodés.

Concrètement, je projette :

- ☞ de (finaliser puis de) mettre à profit mon travail sur la factorisation par les pentes de polynômes de Ore [Cara] pour **concevoir et écrire une bibliothèque complète de manipulation des (φ, N) -modules filtrés** ;
- ☞ d'introduire les outils de suivi de précision p -adique [CRV14], [Car17c] dans mon travail, en collaboration avec David Lubicz, sur le calcul des réseaux dans les représentations semi-stables [CL13a] pour **parvenir à des algorithmes efficaces et utilisables en pratique au-delà des cas d'école** ;
- ☞ de poursuivre mon travail avec Ariane Mézard et Agnès David [CDM17a], [CDM17b] et **mettre au point des algorithmes efficaces pour calculer des anneaux de déformations galoisiennes** ; cela devrait passer par le développement d'une algorithmique optimisée pour la manipulation des objets de la géométrie rigide p -adique.

Si le temps me le permet, j'aimerais également **repenser complètement l'implémentation des nombres p -adiques dans les logiciels de calculs formels** afin de prendre en compte au mieux les résultats théoriques que nous avons obtenus avec David Roe et Tristan Vaccon sur le suivi de précision. Je compte, par ailleurs, rapidement reprendre des étudiants en thèse. À ce propos, j'aimerais souligner que les thématiques de recherche évoquées ci-dessus me semblent suffisamment riches en potentiels sujets de thèse.

Production scientifique

Prépublications et articles en préparation

[Cara] **Slope factorization of Ore polynomials.**

En préparation

IRMAR – Université de Rennes 1 – 35042 – Rennes

☎ 02 23 23 58 92 • ✉ xavier.caruso@normalesup.org

🌐 <http://xavier.toonywood.org>

- [Carb] **Probability with functions over ultrametric fields.**
En préparation
- [CLB17a] **Fast multiplication for skew polynomials over finite fields**, avec *J. Le Borgne*.
Prépublication (2017), 8 pages
- [CRV17] **Characteristic polynomial of p -adic matrices**, avec *D. Roe et T. Vaccon*.
Prépublication (2017), 8 pages
- [Car17a] **Computations with p -adic numbers.**
Prépublication (2017), 83 pages
- [Car17b] **Almost all non-archimedean Kakeya sets have measure zero.**
Prépublication (2016), 33 pages
- [CL13a] **Semi-simplifiée modulo p des représentations semi-stables : une approche algorithmique**, avec *D. Lubicz*.
Prépublication (2013), 35 pages

Articles publiés dans des revues à comité de lecture

- [Car17c] **Numerical stability of Euclidean algorithm over ultrametric fields.**
à paraître à *J. Number Theor.* Bordeaux
- [CDM17a] **Variétés de Kisin stratifiées et déformations potentiellement Barsotti–Tate**, avec *A. David et A. Mézard*.
à paraître à *J. Inst. Math. Jussieu*
- [CDM17b] **Un calcul d’anneaux de déformations potentiellement Barsotti–Tate**, avec *A. David et A. Mézard*.
à paraître à *Trans. AMS*
- [Car17d] **Dimensions de certaines variétés de Kisin.**
à paraître à *J. reine angew. Math.*
- [CLB17b] **A new faster algorithm for factoring skew polynomials over finite fields**, avec *J. Le Borgne*.
J. Symbolic Comput. **79** (2017), 411–443
- [BCS16] **Computation of the similarity class of the p -curvature**, avec *A. Bostan et É. Schost*.
proceedings de la conférence ISSAC 2016
- [CRV16] **Euclidean division and factorization of p -adic polynomials**, avec *D. Roe et T. Vaccon*.
proceedings de la conférence ISSAC 2016
- [CRV15] **p -adic stability in linear algebra**, avec *D. Roe et T. Vaccon*.
proceedings de la conférence ISSAC 2015
- [BCS15] **A fast algorithm for computing the p -curvature**, avec *A. Bostan et É. Schost*.
proceedings de la conférence ISSAC 2015
- [Car15] **Random matrices over a DVR and LU factorization.**
J. Symbolic Comput. **71** (2015), 98–123
- [BCS14] **A fast algorithm for computing the characteristic polynomial of the p -curvature**, avec *A. Bostan et É. Schost*.
proceedings de la conférence ISSAC 2014
- [CRV14] **Tracking p -adic precision**, avec *D. Roe et T. Vaccon*.
LMS J. Comput. Math. **17** (2014), 274–294
- [CL14] **Linear algebra over $\mathbb{Z}_p[[u]]$ and related rings**, avec *D. Lubicz*.
LMS J. Comput. Math. **17** (2014), 302–344

- [Car13] **Représentations galoisiennes p -adiques et (φ, τ) -modules.**
Duke Math. J. **162** (2013), 2525–2607
- [CL11] **Some bounds for ramification of p^n -torsion semi-stable representations, avec T. Liu.**
J. of Algebra **325** (2011), 70–96
- [Car11] **\mathbb{F}_p -représentations semi-stables.**
Ann. Inst. Fourier **61** (2011), 1683–1747
- [Car10] **Classification of integral models of $(\mathbb{Z}/p^2\mathbb{Z})_K$ via Breuil-Kisin theory.**
J. of Algebra **323** (2010), 1955–1957
- [CS10] **Poids de l’inertie modérée de certaines représentations cristallines, avec D. Savitt.**
J. Théor. Nombres Bordeaux **22** (2010), 79–96
- [Car09b] **Bounding Galois action on semi-stable representations.**
Oberwolfach Report **30** (2009), 1709–1712
- [Car09a] **Sur la classification de quelques φ -modules simples.**
Mosc. Math. J. **9** (2009), 562–568
- [CL09] **Quasi-semi-stable representations, avec T. Liu.**
Bull. Soc. Math. France **137** (2009), 185–223
- [CS09] **Polygones de Hodge, de Newton et de l’inertie modérée des représentations semi-stables, avec D. Savitt.**
Math. Ann. **343** (2009), 777–789
- [Car08] **Conjecture de l’inertie modérée de Serre.**
Invent. Math. **171** (2008), 629–699
- [Car06] **Représentations semi-stables de torsion dans le cas $er < p - 1$.**
J. reine angew. Math. **594** (2006), 35–92

Logiciels

- [Car13b] **Skew polynomials over finite fields.**
bibliothèque SAGEMATH (2013), ~ 8000 lignes
- [Car13c] **p -adic precision.**
bibliothèque SAGEMATH (2013), version préliminaire, ~ 5000 lignes
- [CL13b] **Algorithmics of \mathfrak{S}_ν -modules, avec D. Lubicz.**
bibliothèque MAGMA (2013), ~ 2000 lignes
- [Car13d] **Bounded series over ultrametric rings.**
bibliothèque SAGEMATH (2013), ~ 3000 lignes
- [Car13e] **Lattices in semi-stable representations.**
bibliothèque SAGEMATH (2013), ~ 1500 lignes

Langues

Français	langue maternelle	Russe	niveau intermédiaire
Anglais	lu, écrit, parlé		

Compétences informatiques

Programmation	C, python, perl	Calcul formel	sage, magma
Base de données	mysql	Web	html, css, php, drupal